

El proceso de medición

Análisis y comunicación
de datos experimentales



Marisa Santo
Graciela Lecumberry



Universidad Nacional de Río Cuarto

El proceso de medición:
Análisis y comunicación
de datos experimentales

Marisa Santo
Graciela Lecumberry

Félix Ortiz
Elsa Ester Moschetti
Susana Peparelli
Comentaristas



Universidad Nacional de Río Cuarto

Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales
Departamento de Física

Río Cuarto - Argentina

Santo, Marisa

El proceso de medición : análisis y comunicación de datos experimentales / Marisa Santo y Graciela Lecumberry ; comentado por Félix Ortiz, Elsa Ester Moschetti y Susana Peparelli - 1a ed. - Río Cuarto : Universidad Nacional de Río Cuarto, 2005.

60 p. ; 30x21 cm.

ISBN 950-665-344-5

1. Investigación Experimental . 2. Medición de Datos. I. Lecumberry, Graciela
II. Ortiz, Félix, coment. III. Moschetti, Elsa Ester, coment. IV. Peparelli, Susana , coment. V. Título
CDD 001.422

Fecha de catalogación: 14/09/2005

El proceso de medición: Análisis y comunicación de datos experimentales
Marisa Santo y Graciela Lecumberry

2005 © by Universidad Nacional de Río Cuarto
Ruta Nacional 36 Km. 601 – (X5804) Río Cuarto – Argentina
Tel.: 54 (0358) 467 6200 – Fax.: 54 (0358) 468 0280
E-mail.: comunica@rec.unrc.edu.ar
Web: <http://www.unrc.edu.ar>

Comentaristas: *Félix Ortiz, Elsa Ester Moschetti y Susana Peparelli*

Primera Edición: *Septiembre de 2005*

I.S.B.N.: 950-665-344-5

Coordinación de Comunicación Institucional

Equipo de Producción Editorial

Coordinador: *Lic. Miguel A. Tréspidi*

Registro: *Daniel Ferniot*

Diseño de tapa: *Lic. Marcelo Ciani*

Queda hecho el depósito que marca la ley 11.723

Impreso en Argentina – Printed in Argentina

Queda prohibida la reproducción total o parcial del texto de la presente obra en cualquiera de sus formas, electrónica o mecánica, sin el consentimiento previo y escrito del Autor.

Índice

<i>1.- Introducción</i>	5
<i>2.- Obtención de datos experimentales</i>	5
<i>3.- Forma de expresar un resultado experimental</i>	7
<i>4.- Número de cifras que deben incluirse para expresar un resultado</i>	9
<i>5.- Calidad de la medición</i>	10
<i>6.- Formas de expresar la incerteza de un resultado</i>	13
<i>7.- Clasificación de errores</i>	16
<i>8.- Técnicas para determinar la incertidumbre de una medición cuando se realizan mediciones directas.</i>	19
<i>8.1.- Cuando se realiza una sola medición.</i>	19
<i>8.2.- Cuando se mide varias veces la misma magnitud en idénticas condiciones experimentales.</i>	20
<i>9.- Determinación de la incertidumbre cuando se realizan mediciones indirectas.</i>	36
<i>9.1.- Propagación de errores en resultados que se obtienen a partir de la suma o resta de variables medidas.</i>	36
<i>9.2.- Propagación de errores en resultados que se obtienen a partir del producto o la división de variables medidas.</i>	38
<i>10.- Incertidumbre en la obtención de parámetros que surgen del análisis de gráficas de líneas rectas.</i>	41
<i>11.- Ejercicios de aplicación</i>	48
<i>12.- Comunicación de los resultados obtenidos en un proceso de medición.</i>	53
<i>13.- Bibliografía de referencia</i>	55

1.- Introducción

El siglo XX se caracterizó por una gran expansión del conocimiento científico tanto sobre hechos humanos y sociales como naturales. El desarrollo de las ciencias se produce a medida que nuevos descubrimientos extienden el campo de posibles determinaciones experimentales generando un gran impacto en la vida cotidiana. La interpretación de estas determinaciones permite describir y comprender el mundo que nos rodea.

En el desarrollo del campo del conocimiento de las ciencias exactas la medición juega un rol esencial, por lo que es importante comprender en que consiste el proceso de medición y la forma en la que debe expresarse un resultado experimental, para que éste resulte confiable y pueda contribuir al desarrollo del conocimiento científico.

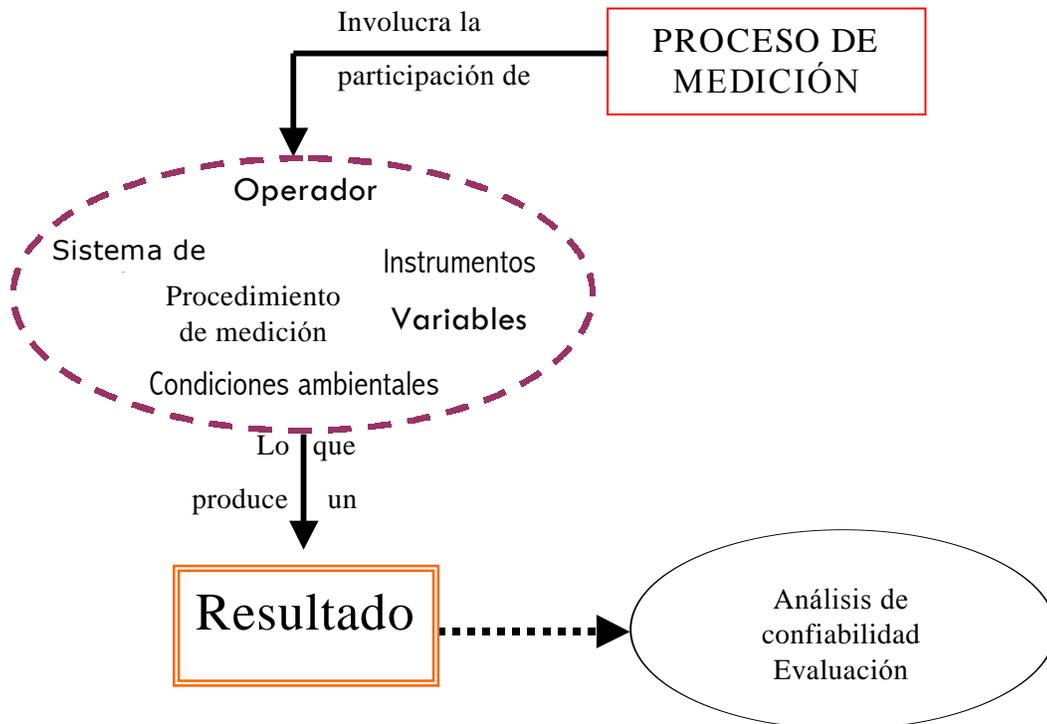
La confiabilidad de la medición otorga relevancia a la interpretación que se puede realizar, pero ¿Cuándo confiar en la medición obtenida? ¿Qué criterios utilizar para confiar en una medición? ¿Todo valor obtenido al realizar una medición es igualmente significativo?. Para dar respuestas a estos interrogantes, resulta importante encontrar o diseñar procedimientos para realizar las mediciones (proceso de medición), como así también, conocer la calidad de dichas mediciones (incerteza de la medición), reforzando la idea de que el resultado de toda medición individual no debe expresarse como un valor único, sino más bien como un intervalo dentro del cual se haya el valor medido.

2.- Obtención de datos experimentales

La realización de experimentos es una actividad común entre físicos, biólogos, químicos, geólogos, ingenieros aunque sea diferente el objeto en estudio. Pero, ¿A qué se hace referencia cuando se habla de experimentos? Existen experimentos mentales o conceptuales que no consisten en la manipulación de materiales y experimentos en los que sí se realizan actividades manipulativo-interactivas [1]. Este último grupo, constituye un “proceso” en el que se provoca deliberadamente algún cambio en el sistema de estudio, se observa, se mide y se interpretan los resultados con alguna finalidad cognoscitiva.

Existen un sin número de experimentos que se pueden realizar con una variedad de objetivos, aunque todos ellos tienen cosas en común, como ser: un sistema a estudiar,

instrumentos de medida a utilizar, operadores, condiciones de trabajo, precauciones necesarias, variables a investigar, incerteza experimental, interpretación y análisis de resultados. Esto muestra que la realización exitosa de un experimento exige la cuidadosa planificación de las actividades a realizar, las que se verán favorecidas al explicitar cuál es el objetivo del experimento que se piensa realizar.



Esquema I: Representación esquemática de los elementos que intervienen en el proceso de medición.

Sobre la base del propósito definido para la actividad a desarrollar, es necesario considerar las siguientes cuestiones: “Elegir y definir el sistema de estudio; analizar las variables involucradas en el proceso, determinar cuál de ellas se deben mantener constante y cual se va a variar, definiendo a su vez el rango de variación; elegir o construir el equipo de trabajo, controlar las condiciones ambientales; elegir los instrumentos de medición sobre la base de su apreciación y calibrarlos; especificar el procedimiento a utilizar; controlar las condiciones de seguridad para la realización del

trabajo; analizar la confiabilidad de los resultados obtenidos; definir la presentación y evaluación de resultados que permitan la elaboración de conclusiones”.

3.- Forma de expresar un resultado experimental

Los experimentos realizados permiten analizar relaciones entre variables o tendencias en el comportamiento de un sistema y/o establecer el valor numérico de una magnitud definida. Cualquiera sea el tipo de experiencia realizada, una vez que se la lleva a cabo, da lugar a la pregunta ¿Cómo es conveniente expresar el resultado de la medición?. Dos son los aspectos importantes a tener en cuenta al expresar un resultado experimental: el valor obtenido en la medición o valor medido (X_m) y la confiabilidad de ese resultado o incerteza (ΔX), por lo que el resultado debe expresarse del siguiente modo

$$\text{Resultado} = (X_m \pm \Delta X) u \quad (3.1)$$

Donde u representa la unidad que se decide utilizar para expresar el resultado[♦].

Es importante tener en cuenta que la incerteza (ΔX) se puede determinar por diferentes técnicas de tratamiento de datos experimentales, que dependen del procedimiento utilizado para obtener X_m , como se detallará posteriormente (a partir del ítem 8).

Ambos aspectos del resultado son igualmente relevantes, aunque es común observar resultados erróneamente informados, sin precisar la incerteza con la que se trabajó, restándole importancia a la misma. En el ejemplo 1, se analiza cómo la diferencia en la incerteza puede modificar el significado de un resultado experimental.

[♦] El resultado de la medición se expresa por medio de una cantidad numérica y la unidad de medida correspondiente a la magnitud dada. A cada magnitud le corresponde una unidad propia llamada también su “dimensión” (por ej. Fuerza en N, densidad en kg/m^3) salvo que se trabaje con magnitudes adimensionales (por ej: índice de refracción, pH, etc.). El desarrollo histórico de las ciencias señaló la conveniencia de unificar los sistemas de unidades, aceptándose el Sistema Internacional de Unidades (de abreviatura SI en todos los idiomas). A partir de las denominadas unidades fundamentales se derivan un sin número de magnitudes.

En la siguiente tabla se muestra algunas unidades fundamentales del SI.

Magnitud	Nombre de la Unidad	Símbolo de la unidad
Longitud	Metro	m
Masa	Kilogramo	kg
Tiempo	Segundo	s
Temperatura	Kelvin	°K
Carga	Coulomb	C

Ejemplo 1: Dos grupos de trabajo están investigando el crecimiento de una planta. Cada uno de ellos prepara una solución neutra ($\text{pH}=7$) con fertilizantes para realizar el estudio. Para corroborar el pH de la solución preparada por cada grupo, se determina el pH utilizando diferentes técnicas (Grupo 1: Utilizando un “peachímetro”, Grupo 2: utilizando un papel indicador) y se obtienen los siguientes resultados.

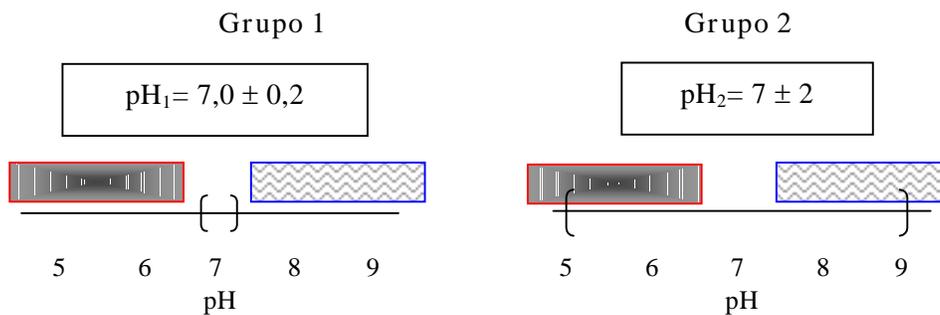


Figura 3.1: Representación esquemática de los resultados obtenidos por los dos grupos de trabajo. pH ácido , pH básico 

En las dos determinaciones el valor medido X_m es $\text{pH}=7$, sin embargo las incertezas son diferentes. El pH medido por el grupo 1 (pH_1) fue determinado con baja incerteza ($\Delta x_1 = \pm 0,2$), esto indica que el resultado es confiable y permite inferir que el pH de la solución es neutro. Por otra parte, el pH medido por el grupo 2 (pH_2) fue determinado con una gran incerteza ($\Delta x_2 = \pm 2$), esto hace desconfiar de la medición ya que el sistema podría tener un pH neutro, ácido o básico, lo que modifica definitivamente las características de la solución.

Este simple ejemplo intenta mostrar que, al interpretar el resultado de una medición es tan significativo el valor medido (X_m) como la incerteza (ΔX) con la que se ha realizado la medición.

La incerteza surge directamente del proceso de medición y depende de varios factores como ser: las características del experimento realizado, los instrumentos de medida utilizados, el operador que realiza la medición, etc.

No se pueden eliminar las incertezas, solo es posible minimizarlas tomando todos los recaudos necesarios durante el proceso de medición. Para cuantificarlas se utilizan diferentes métodos que se detallarán posteriormente. Una vez conocida la incerteza, se la expresa junto con el resultado experimental (X_m) como se indica en la ecuación (1).

4.- Número de cifras que deben incluirse para expresar un resultado

El número de cifras que corresponde incluir en el resultado de una medición, queda determinado por la incerteza con la que se ha realizado la misma. Cada una de las cifras que el operador debe informar en un resultado se denominan cifras significativas. Por convención, el número de cifras significativas de un resultado deberá incluir todos los dígitos seguros y el primero afectado de error. Por ejemplo si se mide una longitud en metros con una incerteza de 0.001m la forma adecuada de expresar el resultado sería

$$L_1 = (157,108 \pm 0,001) \text{ m}$$

Dígitos seguros Primer dígito afectado de error

Recordar que siempre al expresar un resultado se reportan todas las cifras significativas. En el ejemplo anterior el resultado contiene seis cifras significativas. Si se reportan menos cifras se pierde información, por el contrario si se reportan más cifras se brinda información no justificada.

$$L_1 = 157,1 \text{ m} \quad \textit{pierdo información}$$

$$L_1 = (157,108 \pm 0,001) \text{ m}$$

$$L_1 = 157,10872 \text{ m} \quad \textit{información no justificada}$$

Al analizar las cifras significativas pueden surgir interrogantes como, ¿El dígito cero puede ser aceptado como cifra significativa? Esto va a depender de su ubicación dentro del número que expresa el resultado. Por ejemplo, al determinar la masa de un

objeto, usando una balanza con una apreciación de 0.001g, el valor obtenido es 30,050g. Los tres ceros del resultado son cifras significativas, por lo tanto este número posee cinco cifras significativas. Al expresar esa medida en kg se tiene 0,030050 kg, los dos ceros ubicados a la izquierda del dígito tres, que surgen al realizar el cambio de unidad, no son cifras significativas. El resultado de medición de la masa sigue teniendo cinco cifras significativas.

Se puede decir entonces, que:

- * El número de cifras significativas no se modifica al cambiar de unidad.
- * Los ceros ubicados entre dígitos diferentes de cero son cifras significativas.
- * Los ceros a la derecha de un dígito diferente de cero pueden ser cifras significativas.
- * Los ceros a la izquierda del primer dígito diferente de cero no son cifras significativas.

Ejemplo 2: Se solicitó a un grupo de alumnos que determinaran diferentes magnitudes expresando cada resultado correctamente e indicando el número de cifras significativas correspondiente cada X_m medido.

El grupo confeccionó la siguiente tabla

Resultado experimental	Número de cifras significativas del X_m
(24,0 ± 0,1) ml	Tres
(71,50 ± 0,01) g	Cuatro
(0,005 ± 0,001) mm	una
(0,110 ± 0,001) ml	tres

Las respuestas brindadas por los alumnos son correctas.

5.- Calidad de la medición

La incerteza asociada a la determinación experimental puede ser utilizada para juzgar la calidad de la medición ya que define un rango dentro del cual se encuentra el valor más probable del resultado. Cuanto más reducido es el rango, más confiable es la medida, por ejemplo se dice que es de mejor calidad la masa determinada con una balanza analítica, $m = (3,5379 \pm 0,0001)\text{g}$, que la determinada con una balanza granataria $m = (3,54 \pm 0,01)\text{g}$.

También se puede calificar la calidad de un resultado utilizando los términos precisión y exactitud. ¿Cuál es el significado de estos términos y cómo deben utilizarse?

El término precisión puede utilizarse cuando existe un conjunto de medidas de una misma magnitud realizadas en las mismas condiciones. Se puede considerar como una medida de la dispersión de los resultados experimentales. Cuanto menos dispersos están los valores medidos mayor es la precisión del resultado obtenido. El término precisión se utiliza cuando se realizan varias medidas de una magnitud dada.

La exactitud de un resultado indica cuán cerca está el valor medido del valor verdadero de la magnitud que se determinó. Cuanto más cerca se encuentre la medición del valor verdadero, más exacto será el resultado obtenido. Este término se puede utilizar como criterio de calidad aún cuando se realice una sola medición de la magnitud estudiada, pero es necesario conocer el valor real de la misma.

Muchas veces los términos precisión y exactitud se utilizan como sinónimo, sin embargo tal como fueron definidos no es lo correcto. Un resultado experimental puede ser preciso y exacto, solamente preciso, solamente exacto o ni preciso ni exacto. Todas estas situaciones son posibles. En el siguiente ejemplo se analizan diferentes resultados donde se manifiestan tales situaciones.

Ejemplo 3: Cuatro grupos de trabajo realizan un experimento en el que necesitan medir la masa de un objeto. Cada grupo realiza varias veces la determinación de la masa del objeto. Los resultados obtenidos se resumen en Tabla 5.1.

Tabla 5.1: Valores obtenidos por los grupos al determinar la masa de un objeto, utilizando el mismo instrumento. (Balanza granataria, apreciación $\Delta X = 0,01\text{g}$)

Medición n	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D
1	(5,03 ±0,01)g	(5,05 ±0,01)g	(4,93 ±0,01)g	(4,83 ±0,01)g
2	(5,02 ±0,01)g	(4,94 ±0,01)g	(4,90 ±0,01)g	(4,97 ±0,01)g
3	(5,04 ± 0,01)g	(4,97 ±0,01)g	(4,91 ±0,01)g	(4,90 ±0,01)g
4	(5,05 ±0,01)g	(5,10 ±0,01)g	(4,94 ±0,01)g	(4,94 ±0,01)g
5	(5,01 ±0,01)g	(5,02 ±0,01)g	(4,92 ±0,01)g	(4,85 ±0,01)g

Para analizar la calidad de las mediciones de cada grupo, se debe observar cómo cada valor medido se distribuye con respecto al valor verdadero, ver figura 5.1.

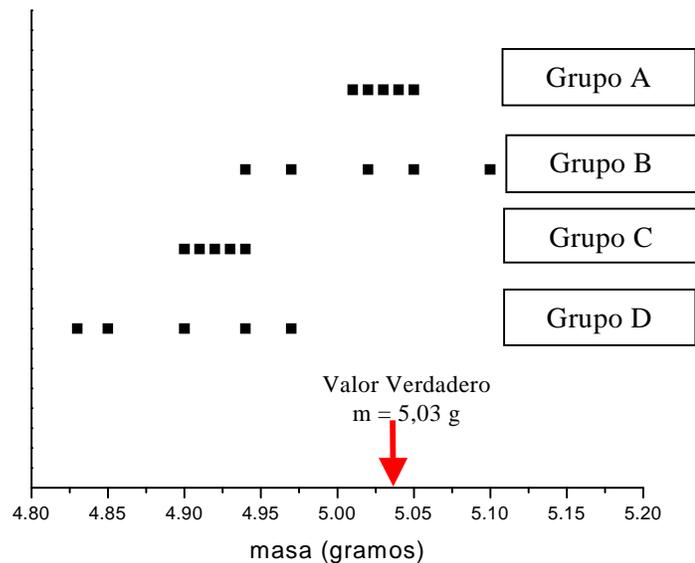


Figura 5.1: Esquema de la distribución de valores experimentales obtenidos por los diferentes grupos.

El resultado obtenido por el grupo A es más preciso y más exacto que el resto de los resultados, puesto que las mediciones realizadas están poco dispersas y el resultado obtenido promediando estas mediciones se encuentra cerca del valor verdadero. Con un análisis similar se puede decir que el resultado obtenido por el grupo B no es muy preciso pero es bastante exacto, el del grupo C es preciso pero no exacto, mientras que el resultado obtenido por el grupo D no es ni preciso ni es exacto, en comparación con los resultados obtenidos por los otros grupos.

La falta de precisión en los resultados puede ser debida a descuidos en la determinación de los datos experimentales. En general, cuando se trabaja con buena precisión pero sin embargo se observa una falta de exactitud, puede deberse a una mala calibración del instrumento.

6.- Formas de expresar la incerteza de un resultado

La incerteza asociada al valor de una magnitud física suele llamarse comúnmente error experimental. Este error puede expresarse de diferentes maneras como error absoluto, error relativo o error relativo porcentual. Cada forma de expresión brinda información de diferentes características del proceso de medición.

El error absoluto se define como la diferencia entre el valor verdadero de una magnitud (X_v) y el valor medido (X_m).

$$\Delta X = |X_v - X_m| \quad (6.1)$$

Esta diferencia puede ser positiva o negativa por lo que se considera su módulo. Al definir ΔX como una comparación entre el X_m con el X_v , se constituye en un índice de exactitud con que se realizó la medición (teniendo en cuenta lo expuesto en el punto 5).

Cuando no se conoce el X_v , se considera como error absoluto al rango de incerteza obtenido de los límites de apreciación del instrumento utilizado o a partir del tratamiento matemático de los datos experimentales, como se verá más adelante. El error absoluto se informa junto con el valor medido (X_m) por lo que debe expresarse en las mismas unidades. Este error define los límites dentro de los cuales se encuentra el valor experimental, por lo cual, delimita un intervalo o rango en el que se ubica X_m , reemplazando la idea de que un resultado experimental es un valor único.

En la siguiente situación se ejemplificará lo expuesto anteriormente:

Ejemplo 4: Un grupo de alumnos determina la temperatura de ebullición del agua a 1 atm de presión utilizando el termómetro A y obtienen como valor $X_m = 99^\circ\text{C}$.

¿Cómo debe expresarse este resultado? la temperatura de ebullición del agua a esa presión es $X_v = 100^\circ\text{C}$, por lo que el error absoluto es

$\Delta X = |100^\circ\text{C} - 99^\circ\text{C}| = 1^\circ\text{C}$. Así pues, el resultado de esta medición se expresa como

$$T_{\text{eb/agua}} = (99 \pm 1)^\circ\text{C}$$

Expresando el resultado de esta manera el grupo de trabajo indica que la temperatura de ebullición del agua en esas condiciones puede ser cualquier valor que se encuentra en el intervalo delimitado entre 98 y 100 °C.

El error relativo (e_r) se define como el cociente entre el error absoluto de una medición y el X_v .

$$e_r = \frac{\Delta X}{X_v} = \frac{|X_v - X_m|}{X_v} \quad (6.2)$$

En el caso particular de no conocer el X_v se utiliza como denominador el X_m y como error absoluto, o sea ΔX , la apreciación del instrumento.

Retomando el ejemplo anterior en el que se determinó la temperatura de ebullición del agua a 1 atm de presión, cuyo datos son: $X_m = 99^\circ\text{C}$ y $X_v = 100^\circ\text{C}$ el error relativo sería

$$e_r = \frac{\Delta X}{X_v} = \frac{|X_v - X_m|}{X_v} = \frac{|100^\circ\text{C} - 99^\circ\text{C}|}{100^\circ\text{C}} = \frac{1^\circ\text{C}}{100^\circ\text{C}} = 0.01$$

El error relativo (e_r) es un número adimensional que permite comparar la incertidumbre de una medición con la medida misma[♦], como así también evaluar cuán significativa es la incerteza. Esta forma de expresar la incerteza permite comparar la calidad de mediciones realizadas con diferentes instrumentos o procedimientos.

[♦] El e_r disminuye si el valor de la medida realizada aumenta, o si disminuye el error absoluto.

Ejemplo 5: Un grupo de trabajo determina la temperatura de ebullición del agua a 1 atm de presión utilizando el termómetro B y obtiene como valor $X_m = 99,8^\circ\text{C}$.

- a) Calcular el error relativo cometido en la determinación experimental.*
- b) Comparar este resultado con el obtenido por el grupo del ejemplo anterior.*

Respuesta:

- a) Si se considera el valor verdadero de la temperatura de ebullición del agua a 1 atm de presión $X_v = 100^\circ\text{C}$ el error relativo sería*

$$\frac{\Delta X}{X_v} = \frac{|X_v - X_m|}{X_v} = \frac{|100,0^\circ\text{C} - 99,8^\circ\text{C}|}{100^\circ\text{C}} = \frac{0,2^\circ\text{C}}{100^\circ\text{C}} = 0,0002$$

- b) El error relativo correspondiente a la determinación de temperatura realizada con el termómetro A, $e_r = ,01$, es mayor que el error relativo correspondiente a la determinación realizada con el termómetro B, 0,0002, esto indica que las mediciones realizadas con el termómetro B son de mejor calidad, es decir más confiables.*

El error relativo también se expresa en forma de porcentaje, se denomina error relativo porcentual ($e_r \%$) y se define como

$$e_r \% = \frac{\Delta X}{X_v} \% = \frac{|X_v - X_m|}{X_v} \times 100 \quad (6.3)$$

El error relativo porcentual ($e_r \%$) se utiliza como criterio de calidad de un resultado fijándose por convención que si su valor es menor que el 1% el resultado experimental es bueno, en cambio si el valor se encuentra en el intervalo del 5% al

10% el resultado es aceptable, mientras que si el error relativo es superior al 10% el resultado es poco confiable.

En la tabla 6.1 se presenta un resumen de las características de las diferentes formas de expresar la incerteza o error de una medición experimental.

Tabla 6.1 características de los modos de expresar la incerteza de una medición

Tipo de expresión	Error Absoluto	Error relativo	Error relativo porcentual
Definición	$\Delta X = X_v - X_m $	$e_r = \frac{\Delta X}{X_v} = \frac{ X_v - X_m }{X_v}$	$e_r\% = \frac{\Delta X}{X_v} \% = \frac{ X_v - X_m }{X_v} \times 100$
Características	<p>Debe expresarse en la misma unidad que el X_m.</p> <p>Se expresa en el resultado.</p> <p>Determina el número de cifras significativas de la medición realizada.</p>	<p>Es adimensional</p> <p>No se expresa en el resultado.</p> <p>Permite comparar la calidad de mediciones realizadas con diferentes instrumentos o procedimientos</p>	<p>Es adimensional</p> <p>No se expresa en el resultado.</p> <p>Determina la calidad del resultado experimental.</p> <p>$e_r\% < 1\%$ muy bueno</p> <p>$e_r\% 5\% - 10\%$ aceptable</p> <p>$e_r\% > 10\%$ poco confiable</p>

7.- Clasificación de errores

Los errores o incertezas que afectan el valor de una medición se pueden clasificar en errores sistemáticos o determinados y errores aleatorios o indeterminados según las diversas causas que los generan.

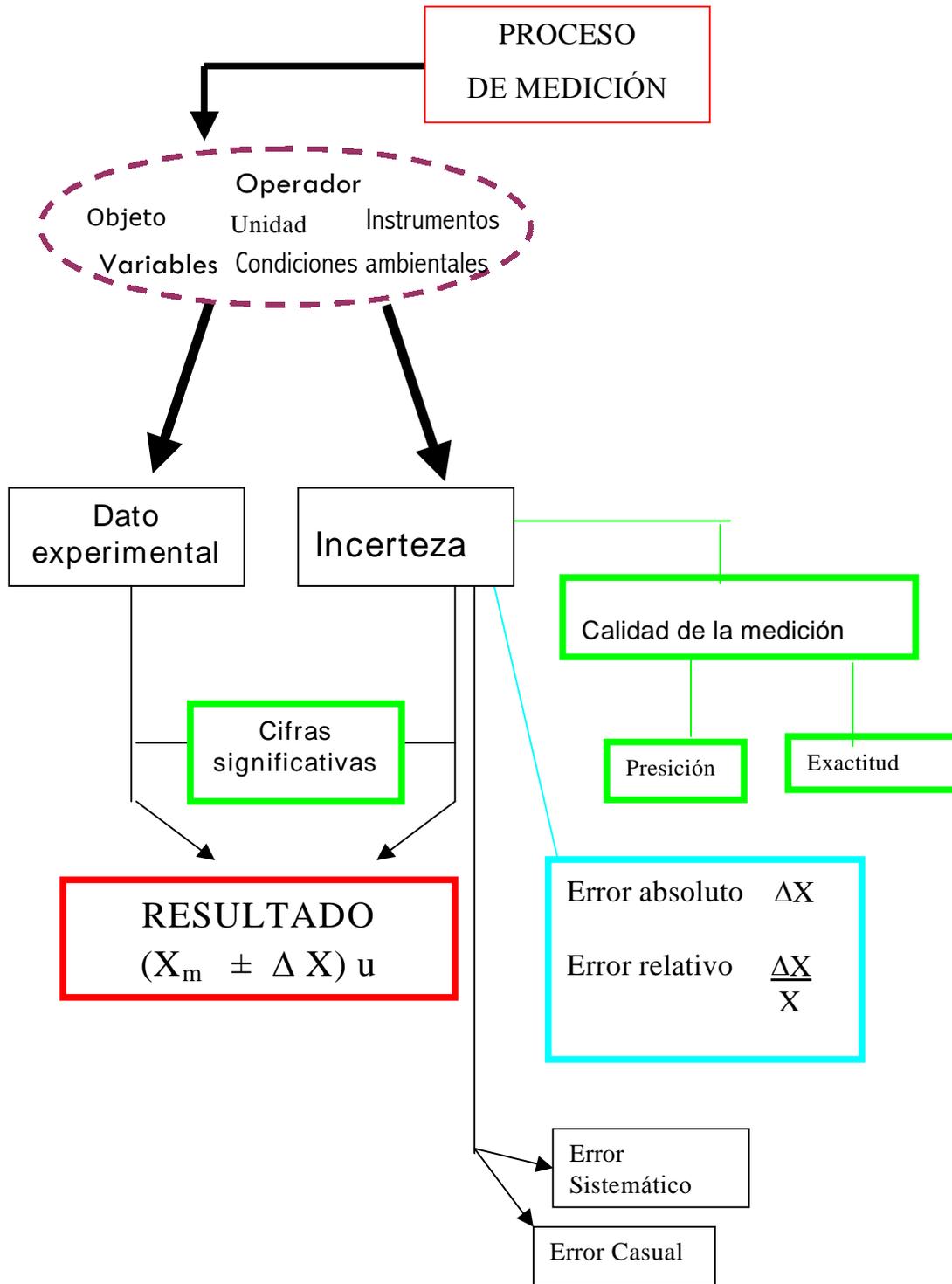
Los errores sistemáticos o determinados son provocados por causas definidas, como defectos o falta de calibración en los instrumentos de medición, condiciones del medio ambiente en el que se realizan las experiencias, falta de experiencia en la toma de datos por parte del operador, etc. Estos errores producen un efecto unidireccional respecto al valor verdadero, es decir, los valores medidos son todos en exceso o todos

en defecto, es decir las desviaciones tienen el mismo sentido. Asimismo, estos errores pueden identificarse si se conoce el X_v , lo que favorece la posibilidad de reducir e incluso eliminar su influencia en el proceso. La detección y eliminación de los errores sistemáticos es importante, ya que la presencia inadvertida de este tipo de errores puede conducir a un resultado preciso, aparentemente digno de confianza, especialmente cuando se desconoce el valor verdadero de la medida.

Se observan este tipo de errores por ejemplo al determinar la masa de un objeto con una balanza mal calibrada, al medir una longitud con un centímetro estirado, o determinar un volumen con material de vidrio graduado dilatado, etc.

Los errores aleatorios o indeterminados surgen debido a la suma de un sin número de perturbaciones fluctuantes que se combinan para hacer que la repetición de una medida realizada, en principio bajo las mismas condiciones de trabajo, genere resultados diferentes. Generalmente se asocia el origen del error a la falta de habilidad para detectar las pequeñas fluctuaciones en la escala del instrumento que se utiliza para realizar la determinación, pero por mucho que se refinen las mediciones, los errores indeterminados siguen apareciendo. Si por el contrario se realizan mediciones más burdas, los resultados suelen reproducirse pero no porque haya desaparecido el error indeterminado, sino más bien porque se trabaja de modo de no detectarlo.

Los errores indeterminados también suelen denominarse errores casuales y se caracterizan por generar desviaciones bidireccionales respecto al valor verdadero de la medición, arrojando resultados en exceso o en defecto con igual probabilidad, (+ y -). Como experimentador se debe ser consciente que estos errores están siempre presente ya que no se pueden eliminar, pero sí se puede estimar su influencia en el resultado obtenido utilizando técnicas estadísticas, como se verá posteriormente en el punto 8.2.



Esquema II: Representación de la relación entre el dato experimental y la incerteza de la medición realizada.

8.- Técnicas para determinar la incertidumbre de una medición cuando se realizan mediciones directas.

La incertidumbre en una medición surge del propio proceso de medición y depende de las características del experimento realizado, por lo que la determinación de la misma magnitud mediante experimentos diferentes puede tener diferente incerteza. Por tal motivo se analiza para cada tipo de proceso de medición utilizado cuál es el tratamiento de datos que se deben realizar para determinar la incerteza del resultado experimental.

Las mediciones realizadas son directas cuando se dispone del instrumental para medir la magnitud que se desea conocer, por ejemplo cuando se dispone de una balanza para medir la masa de un objeto, o cuando se utiliza un densímetro para determinar la densidad de una solución, o una regla para medir la longitud de un objeto, etc.

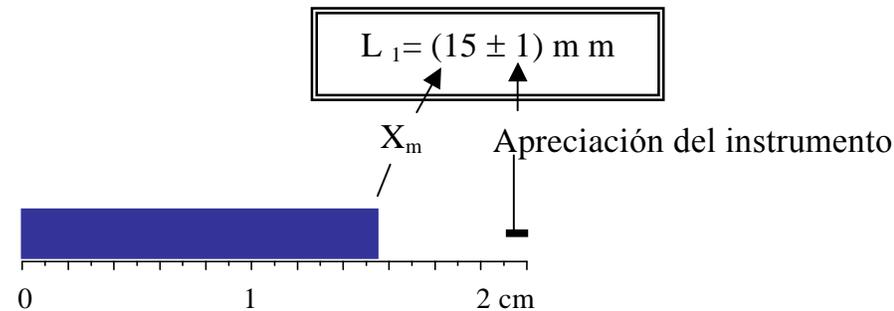
8.1.- Cuando se realiza una sola medición.

Existen experimentos en los que se determinan experimentalmente algunas variables solo una vez, ya sea por las características propias del proceso de medición o porque el fenómeno no se puede repetir con frecuencia en el tiempo o porque la repetición de la medida encarece el experimento. Cuando se realiza una sola medición directa y se desconoce el valor verdadero de la magnitud se reporta como incerteza la apreciación del instrumento de medida utilizado.

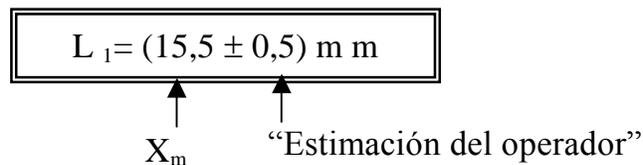
Varias veces se ha utilizado el término apreciación, pero ¿A qué se hace referencia con él?, se define la apreciación como la menor división de la escala de un instrumento, y es lo que normalmente se reporta como ΔX en el resultado obtenido mediante una medición directa. Algunos instrumentos poseen escalas que le permiten al operador identificar un intervalo de incerteza menor que la menor división de la escala del instrumento. En tal situación el experimentador puede reportar como ΔX la estimación de la lectura, que es el menor intervalo que el operador puede estimar con la ayuda de la escala del instrumento de medida.

Ejemplo 6: Se determina la longitud de una barra de plástico con una regla graduada en milímetros. La apreciación del instrumento es 1 mm.

La forma de informar el resultado de la medición utilizando la apreciación del instrumento sería



Ahora, como este instrumento permite estimar un intervalo más pequeño que la menor división de la escala, se puede informar el resultado como:



donde 0,5 mm es la “estimación del operador”.

Nótese que al estimar se puede aumentar en una cifra significativa el valor del resultado, mejorando la calidad de la medición. La confiabilidad del resultado es responsabilidad del operador y depende de su experiencia como observador.

8.2.- Cuando se mide varias veces la misma magnitud en idénticas condiciones experimentales.

Algunos experimentos exigen la realización de reiteradas mediciones de una misma magnitud y es frecuente, en estos casos, encontrar que los datos obtenidos en general resultan diferentes entre sí, son aleatorios. Es decir, aunque las condiciones en

que se realizan las mediciones permanezcan constantes al repetir otra determinación de esa magnitud no se obtiene el mismo resultado.

La causa de esta discrepancia en los datos experimentales es debido a la existencia de errores casuales. Como se discutió en la sección 7 estos errores no se pueden eliminar, por lo que, aunque se optimice el procedimiento de medida y se aumente el número de mediciones realizadas, las discordancias entre valores sucesivos van a seguir apareciendo. Por lo tanto, se debe definir un modo de informar el resultado de la medición cuando se realizan en este tipo de experiencias.

Para desarrollar esta temática se selecciona un ejemplo que permite analizar el procedimiento para informar el resultado y caracterizar así a la muestra de datos experimentales.

Ejemplo 7: Un operador debe determinar la masa de una esfera de madera, por lo que decidió realizar 40 mediciones con una balanza electrónica, en idénticas condiciones experimentales. Los datos obtenidos se listan en la Tabla 8.1.

Tabla 8.1: Mediciones realizadas de la masa de una esfera de madera utilizando una balanza electrónica. (Apreciación $\Delta X=0,001$ g)

Medición	Masa (g)	Medición	Masa (g)	Medición	Masa (g)
1	0,251	14	0,260	27	0,258
2	0,256	15	0,258	28	0,250
3	0,259	16	0,254	29	0,251
4	0,250	17	0,253	30	0,257
5	0,255	18	0,254	31	0,252
6	0,254	19	0,247	32	0,256
7	0,249	20	0,254	34	0,253
8	0,253	21	0,251	35	0,250
9	0,258	22	0,254	36	0,255
10	0,251	23	0,249	37	0,256
11	0,253	24	0,255	38	0,253
12	0,255	25	0,254	39	0,254
13	0,248	26	0,252	40	0,251

Analizando los datos tabulados se observa que difieren entre sí, por lo tanto surgen varias preguntas ¿Cuál es el dato que más se repite? ¿Cuál es el dato que no se repite? ¿Qué dato se informa como resultado? ¿Los datos están muy dispersos?. Una forma de facilitar la interpretación de la información obtenida para dar respuestas a los diferentes interrogantes es seleccionar otro modo de agrupar los datos, como se muestra en Tabla 8.2.

La nueva tabla se construye colocando en una de las columnas el valor de la medición correspondiente (ordenados de menor a mayor) y en la otra la frecuencia, es decir el número de veces que se repite cada valor. (ver Tabla 8.2)

Tabla 8.2 : Tabla de distribución de frecuencias

Masa (gr)	Frecuencia
0,247	1
0,248	1
0,249	2
0,250	3
0,251	5
0,252	2
0,253	5
0,254	8
0,255	4
0,256	3
0,257	1
0,258	3
0,259	1
0,260	1

Esta forma de ordenar los datos permite ver como se distribuyen los mismos alrededor de un dato central, siendo más probable la presencia de desviaciones pequeñas respecto al dato central que desviaciones grandes. Los valores que se obtienen para la masa de la esfera, (variable X) son aleatorios, es decir que aunque las diferentes determinaciones se hayan realizado en condiciones constantes no se obtiene el mismo resultado experimental.

Hasta ahora se han informado los datos a través de tablas, otra manera de caracterizar al conjunto de datos aleatorios es con el aporte de la Estadística, por estar basada justamente en experimentos de este tipo [2]. Hay parámetros estadísticos que permiten dar respuesta a preguntas como ¿Qué dato se informa como resultado de este proceso de medición? O para el ejemplo que se está analizando ¿Cuál de los datos medidos es el más representativo de la masa de la esfera de madera?.

Parece adecuado pensar en el *valor medio*, que estadísticamente se define como el valor verdadero μ para una *población de mediciones* que se realizan en idénticas condiciones experimentales.

$$\mu = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} x_i}{N} \quad (8.1)$$

donde: μ representa la media aritmética, $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ los valores de cada lectura y N el número de lecturas que constituyen el universo estudiado.

Se denomina una *población de mediciones* a un número muy grande, pero finito, de determinaciones experimentales. Si se trabaja con un conjunto infinito de datos el tratamiento matemático es diferente [3]. Así definido, el valor medio μ , no es una variable, por lo contrario, es una constante, un parámetro que representa el valor verdadero de ese universo de mediciones y se estima por métodos estadísticos.

No siempre es posible obtener experimentalmente una población de mediciones para evaluar μ , generalmente se realiza un conjunto de n determinaciones, es decir se toma una muestra de la población a estudiar. Por ejemplo, cuando se determinó la masa de la esfera de madera (Tabla 8.1), se realizaron 40 mediciones estableciendo una muestra de la población a estudiar. Si el tamaño de la muestra, n , es lo suficientemente grande, se hace representativa de la población que se quiere analizar. (ver Esquema III, página 34).

Con las n mediciones realizadas se calcula el valor promedio, \bar{x} (media aritmética), el cual se considera la mejor aproximación al μ . Para calcular el valor

promedio, alrededor del cual se distribuye el conjunto finito de medidas, se utiliza la siguiente expresión matemática[♦]

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} X_i}{n} \quad (8.2)$$

donde: \bar{x} representa la media aritmética, $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ los valores de cada lectura y n número de lecturas que corresponden a la muestra.

En el ejemplo de la medición de la masa de la esfera de madera (Tabla 8.1), el valor promedio obtenido aplicando la ecuación (6), es $\bar{x} = 0,25389$ gr. El valor promedio (\bar{x}) es el número más adecuado para informar en el resultado como valor medido (X_m) cuando se toma una muestra de n datos, siempre y cuando no haya valores extremos^{*}.

Para completar la información requerida en un resultado experimental y definir el número de cifras significativas del mismo, se debe indicar la incerteza (ΔX) con la que se realizó la medición. Existen diferentes índices estadísticos que dan criterio de la precisión sobre un conjunto de mediciones como son: el rango, desviación estándar poblacional, desviación estándar muestral y la desviación estándar del promedio. Cada índice es una medida de la dispersión observada en el conjunto de determinaciones experimentales realizadas.

A continuación se analizará cómo se calculan y qué indican los diferentes índices estadísticos nombrados.

Rango. Se define como la diferencia entre la mayor y la menor de las lecturas obtenidas, representa el intervalo dentro del cual se encuentran todos los datos experimentales. Es la forma más simple de medir la dispersión. Sin embargo resulta ineficaz ya que un solo resultado “disparatado” ejerce un fuerte impacto sobre el rango,

[♦] Cuando se dispone de una tabla de distribución de frecuencias de los datos experimentales, como la Tabla 4, se puede utilizar para calcular el valor promedio la siguiente expresión matemática

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} f_i X_i}{n} \quad (k \leq n) \text{ donde } f_i \text{ indica la frecuencia de cada } x_i \text{ y } k \text{ el número de datos diferentes.}$$

^{*} Cuando se analiza la teoría de distribución de Gauss, página 28, se presenta un criterio para eliminar los valores de una distribución que se consideren extremos.

mientras que el efecto de este dato es menor en los otros índices de dispersión que se verán a continuación. El rango no permite definir el número de cifras significativas del resultado.

La desviación estándar poblacional (σ), es uno de los índices estadísticos más utilizados. Se define para una población de lecturas como

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}} \quad (8.3)$$

Donde: μ es el valor verdadero de la magnitud a estudiar, x_i es el valor de la medición i , y N el número total de datos.

El índice σ debe tener las mismas unidades que μ , por lo tanto es posible compararlo numéricamente con este valor. El parámetro σ indica qué tan dispersas están las distintas mediciones que componen la población alrededor del valor verdadero, es decir, es una medida de la precisión del resultado obtenido. Por su definición, σ depende solo del proceso de medición y resulta independiente del número de mediciones realizadas.

Cuando se trabaja con una muestra de esa población (como es el ejemplo que se analiza), se define S_x , que representa la desviación estándar muestral para una muestra de n datos de la población en estudio, (ver Esquema III).

Este nuevo índice S_x es estimador muestral de la desviación estándar poblacional y se calcula con la siguiente expresión.

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (8.4)$$

Donde: \bar{x} es la media aritmética, x_i es el valor de la medición i , y n el número de lecturas.♦

El índice S_x da una idea global de la dispersión de los valores de los datos experimentales respecto al valor promedio, es decir, es criterio de precisión. Cuando el número de mediciones (n) es grande los valores de S_x y σ son muy similares, siendo diferentes si el número de mediciones es pequeño. Esto indica que para trabajar con una muestra que resulte representativa de la población analizada se debe tomar un número suficiente de mediciones. El valor de S_x , indica un rango de incerteza, por lo que es conveniente expresarlo con una sola cifra significativa.

Como ya se mencionó, S_x es un índice utilizado como criterio de precisión porque representa la dispersión de una muestra de n mediciones, siendo independiente♦ del número total de lecturas (n). Resulta importante, desde una interpretación física, considerar un índice que permita juzgar la exactitud del resultado. Con tal propósito se define la desviación estándar del promedio o error estandar ($S_{\bar{x}}$) [3,4]. Este índice depende del número de mediciones, tiene valor menor que S_x y físicamente da el orden de magnitud con el cual se espera que el promedio se aparte del “verdadero valor” de la magnitud en cuestión. Se calcula como:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} \quad (8.5)$$

Analizando esta expresión se puede inferir que al aumentar el número de mediciones el valor de $S_{\bar{x}}$ disminuye, reduciendo el rango de error del resultado de la medición. Por lo tanto, a medida que aumenta el número de mediciones de la muestra, el valor promedio (calculado según la ecuación 8.2) se acerca al valor verdadero de la magnitud a la vez que el índice $S_{\bar{x}}$ disminuye. Por lo que se puede decir que el valor de una magnitud se conoce mejor cuanto más mediciones se realizan.

El índice $S_{\bar{x}}$ es un criterio de exactitud que se puede expresar en el resultado de una medición según la siguiente expresión:

♦ En la definición de S_x se utiliza $n-1$ como denominador, ya que esto nos permite obtener un estimador con propiedades más convenientes.[3 ,4].

♦ Si bien es conveniente tener un número de mediciones suficientes, tal que los parámetros S_x y σ resulten comparables, un aumento en n no mejora la precisión de la medición.

Para determinar el ancho de cada intervalo se sugiere realizar el siguiente cociente,

$$\Delta I = (X_{\max} - X_{\min}) / \text{número de intervalos} \quad (8.7)$$

El resultado obtenido para ΔI se expresa con la misma cantidad de cifras que los datos, aproximándolo por exceso.

Retomando el ejemplo de la Tabla 8.1 el valor de $\Delta I = (0,260 - 0,247) / 7 = 0,0018$, este valor se aproxima a $\Delta I = 0,002$. Para construir los intervalos se selecciona el límite inferior cerrado y el superior abierto con el propósito de incluir los datos experimentales en un solo intervalo, de esta forma el primer intervalo se define $[X_{\min}, X_{\min} + \Delta I)$. Para el ejemplo que se analiza el primer intervalo quedaría definido entre los valores de 0,247 y el que se obtiene al sumar $X_{\min} + \Delta I = 0,247 + 0,002 = 0,249$, es decir $[0,247 \text{ --- } 0,249)$.

3.- Se agrupan los datos por intervalos contando cuantos valores caen en cada uno. Con este paso se puede visualizar mejor la distribución de medidas. (Tabla 8.3)

Tabla 8.3: Valores individuales incluidos en cada intervalo.

Límites del intervalo (g)	Número de valores por intervalo o Frecuencia	Valor intermedio de cada intervalo (g)
[0, 247 ---- 0, 249)	2	0, 248
[0, 249 ---- 0, 251)	5	0, 250
[0, 251 ---- 0, 253)	7	0, 252
[0, 253 ---- 0, 255)	13	0, 254
[0, 255 ---- 0, 257)	7	0, 256
[0, 257 ---- 0, 259)	4	0, 258
[0, 259 ---- 0, 261]	2	0, 260

4.- Para la construcción de la gráfica (histograma) se representa en el eje de la ordenada el número de valores observados o frecuencia y en la abscisa los valores de la magnitud medida, divididos en intervalos. (ver Figura 8.1).

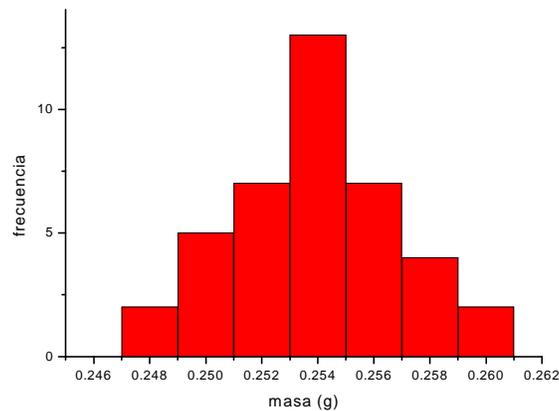


Figura 8.1: Histograma para la variable masa (g)

El histograma asociado a la muestra permite observar que existen valores cerca del valor promedio y otros (menores en número) alejados. Si se propone realizar una nueva medición, no se puede saber de antemano el resultado que se va a obtener, pero sí se puede predecir que existe mayor probabilidad que el valor a obtener sea próximo al valor medio y menor probabilidad que dicho valor se encuentre lejos del valor medio. En otras palabras, como la variable que se analiza se distribuye alrededor del valor promedio de modo aleatorio o al azar, no se puede predecir el valor de una nueva medición aunque se puede analizar la probabilidad de que su valor se encuentre en un cierto intervalo de posibles valores.

Karl Gauss, estudiando este tipo de distribución, como resultado de reiteradas mediciones de una misma magnitud, probó que seguían una distribución Normal (conocida como Distribución normal de Gauss o Gaussiana) asociándole una función que se caracteriza por describir curvas simétricas con forma de campana [2](ver Figura 8.2)

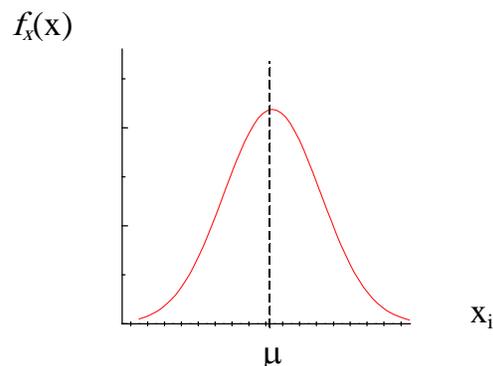


Figura 8.2: Curva Gaussiana de distribución de datos de una población alrededor de μ

¿Qué relación existe entre el histograma construido con datos experimentales y la curva gaussiana predicha por estudios estadísticos?

La distribución de Gauss o curva gaussiana, es un modelo teórico que representa adecuadamente a una población de mediciones realizadas al azar y asocia una función de densidad cuya gráfica es influenciada por los valores de μ y σ . Este modelo supone que al medir experimentalmente una variable existen desviaciones (x) respecto a un valor central (μ), debido a pequeñas fluctuaciones que surgen al azar, con igual probabilidad de ser positivas que negativas. Por lo tanto la distribución tiene un valor máximo para el punto μ , por donde pasa el eje de simetría, y a medida que se aleja de él la distribución tiende a cero, es decir que decae en forma simétrica. El valor de σ define la forma de la curva, como se muestran en las Figuras 8.3_a y 8.3_b.

La distribución de Gauss conocida también como distribución normal, es el mejor modelo teórico para ajustar una población de mediciones realizadas al azar. La función que representa esta distribución es:

$$Y = f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (8.8)$$

Donde Y representa la frecuencia con la que aparece un valor particular de x en un muestreo al azar de la población estudiada.

A partir de los parámetros μ y σ es posible construir los intervalos $\mu \pm \sigma$; $\mu \pm 2\sigma$ y $\mu \pm 3\sigma$ que indican la probabilidad de encontrar los valores de la variable analizada. Estadísticamente se demuestra que el 68.26% de los valores que pertenecen a una población caen dentro de los límites de $\mu \pm \sigma$, mientras que el intervalo $\mu \pm 2\sigma$ incluye el 95,46% de la población y en el intervalo $\mu \pm 3\sigma$ se encuentran prácticamente todos los valores de la población (99,74%).

Cuando se trabaja con una muestra de la población; es decir, con n valores se demuestra experimentalmente que se puede asociar una distribución normal cuya función normalizada se expresa como:

$$Y = f(x, \bar{x}, S_x) = \frac{n}{S_x \sqrt{2\pi}} \Delta I e^{\left(\frac{-(x-\bar{x})^2}{2S_x^2} \right)} \quad (8.9)$$

La gráfica de esta función se representa en las figuras 8.3_a y 8.3_b. Si se comparan las ecuaciones (12) y (13) se observa que los valores de μ y σ son reemplazados por \bar{x} y S_x respectivamente.

Para concluir se puede decir que la “forma” de la curva de Gauss permite juzgar la calidad de las mediciones realizadas ya que su amplitud depende de la desviación estándar (S_x) que es un índice de precisión. Si la curva obtenida es aguda (Figura 8.3_a) es debido a un S_x pequeño, por lo que las mediciones realizadas pueden considerarse precisas. Si por el contrario la curva es obtusa (Figura 8.3_b), es porque el S_x es grande, por lo que se puede concluir que las mediciones realizadas son poco precisas.

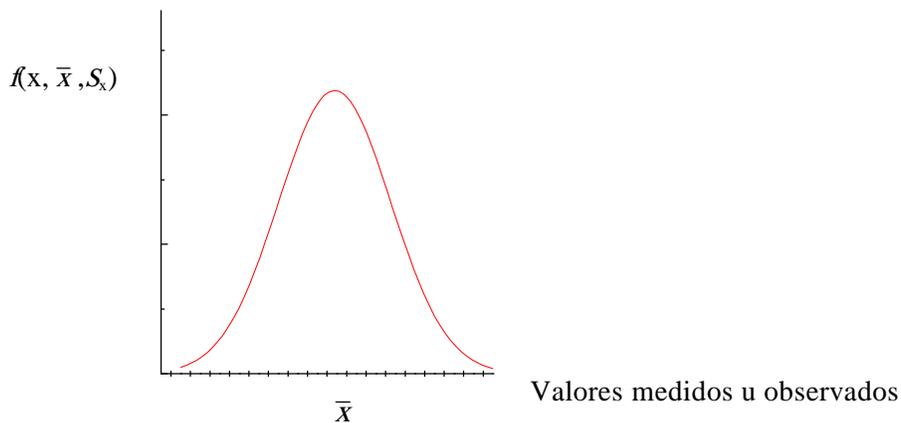


Figura 8.3_a: Distribución de datos con S_x pequeño. Mediciones precisas.

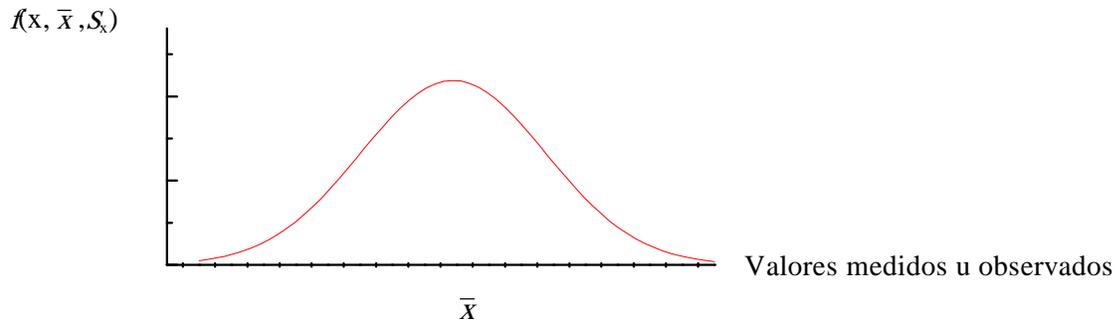


Figura 8.3_b: Distribución de datos con S_x grande. Mediciones poco precisas.

Pero ¿Cómo es posible saber si una muestra se puede representar por una distribución normal? Existen dos formas de analizar si una distribución de datos es gaussiana:

- Una de las formas de realizar el análisis es teniendo en cuenta la relación entre los parámetros \bar{x} y S_x . Se analiza si aproximadamente el 68,26% de los valores de la variable se ubican en el intervalo $\bar{x} \pm S_x$ o si el 95,46 % de los datos se encuentran en el intervalo $\bar{x} \pm 2S_x$, o si el 99.9% de los datos se encuentran en el intervalo $\bar{x} \pm 3S_x$. Si esto ocurre se puede pensar que la muestra se adecua a una distribución de Gauss o que la variable que se está estudiando se ajusta a una distribución normal. Este criterio, también permite tener una guía para rechazar datos extremos, ya que si un valor experimental cae fuera del intervalo $\bar{x} \pm 3S_x$ es posible rechazarlo por ser un dato sospechoso.
- Otra forma es comparar cualitativamente el histograma obtenido con la curva de Gauss teórica correspondiente, graficada a partir de la ecuación (8.8) (ver Figura 8.4). Esto permite determinar si la distribución de datos se debe a la presencia de errores casuales que generan variaciones aleatorias en la determinación de la variable X , es decir si es una distribución normal. También permite afirmar que la muestra obtenida representa la población analizada.

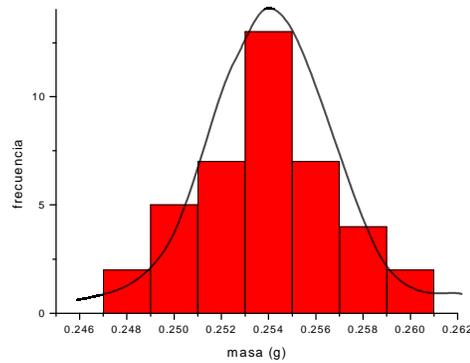


Figura 8.4: Superposición del histograma construido con datos experimentales y la curva de Gauss.

No siempre los datos se distribuyen de acuerdo a una curva de Gauss, hay veces por ejemplo que aparecen más datos de un lado del promedio que del otro (distribución asimétrica) debido a la existencia de condiciones física que distorsionan la distribución.

Otro posible análisis, en este caso visual, de la curva gaussiana permite inferir sobre la exactitud de nuestro resultado, siempre que se conozca el valor verdadero de la medición que se está determinando. Si el eje de simetría de la curva, es decir, el valor medio está alejado del valor verdadero las mediciones se caracterizan por ser poco exacta, mientras más cerca están los valores de \bar{X} y X_v las mediciones son exactas. Esto se esquematiza en las figuras 8.5_a y 8.5_b.

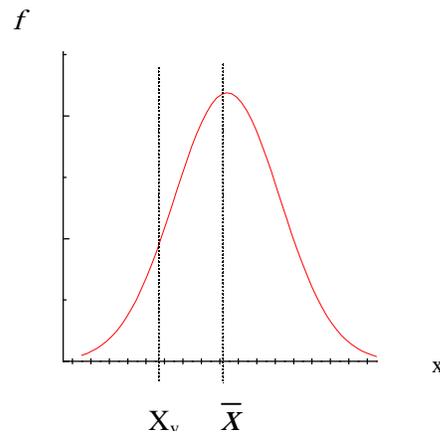


Figura 8.5_a: Distribución de datos en la que el valor medio se aleja del valor verdadero. Esta medición es poco exacta.

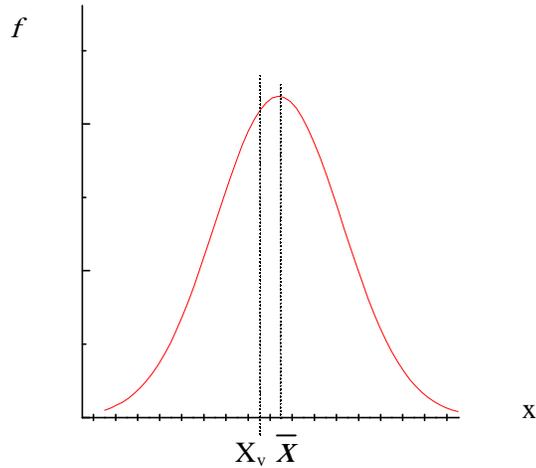
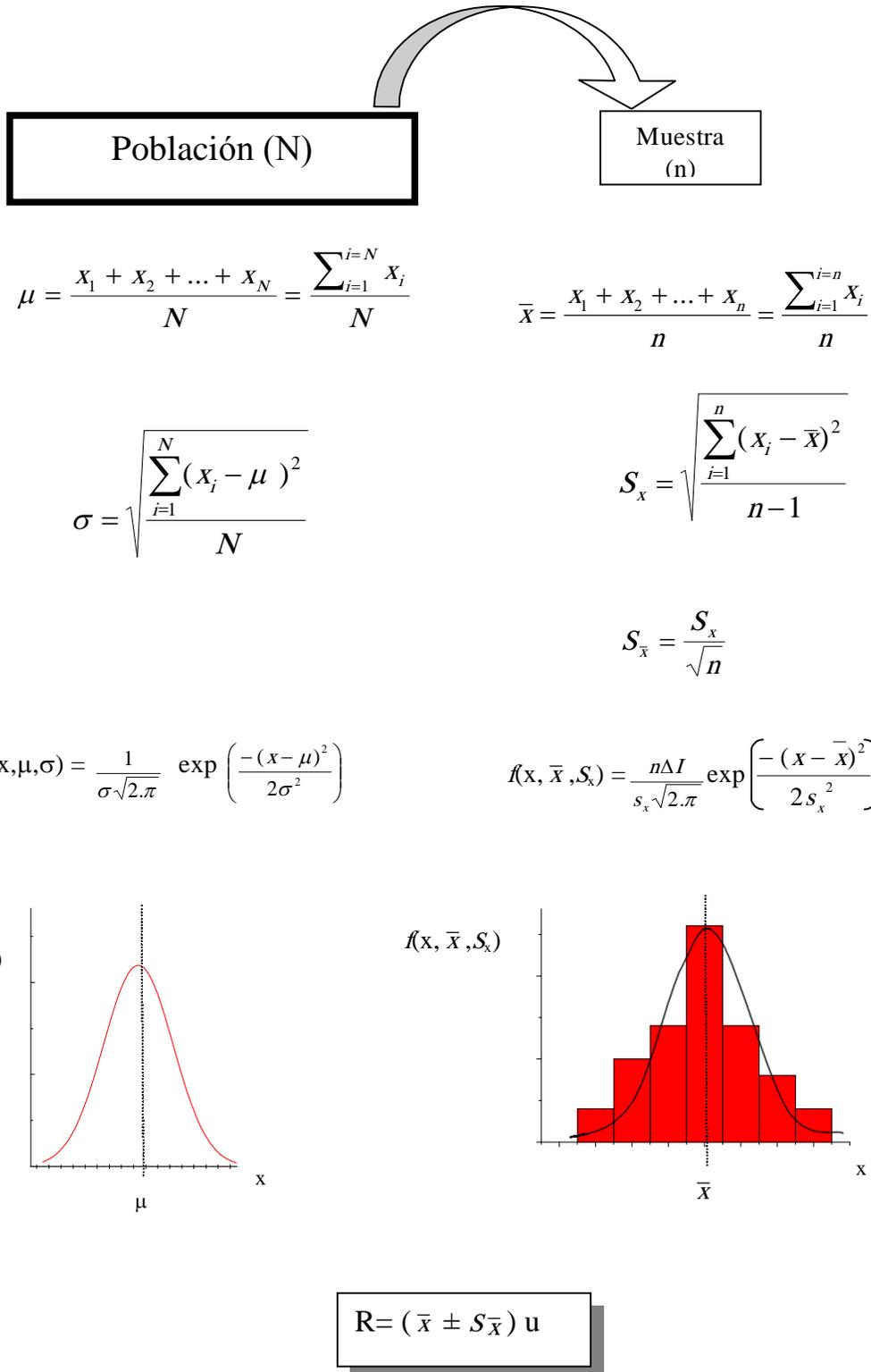


Figura 8.5_b: Distribución de datos en la que el valor medio se encuentra próximo al valor verdadero. Estas mediciones son exactas.

Cuando existen errores sistemáticos en la determinación experimental, por ejemplo se utiliza una balanza mal calibrada, puede ocurrir que se obtenga un resultado experimental muy preciso, (S_x pequeño) pero que el \bar{x} se encuentre alejado del valor verdadero X_v como se esquematiza en la figura 8.5_a. Si se calibra la balanza y se repiten las mediciones se obtendrá un \bar{x} próximo al valor verdadero (Ver Figura 8.5_b).



Esquema III: Comparación entre parámetros correspondientes a una población de medidas y a una muestra representativa de la misma.

9.- Determinación de la incertidumbre cuando se realizan mediciones indirectas.

En algunas ocasiones, se necesita conocer el valor de una magnitud y no se dispone de un instrumento que permita determinarlo en forma directa, en esta situación se realizan mediciones indirectas. Es decir en tales procedimientos se determinan dos o más magnitudes, cada una de ellas afectada por incertezas diferentes. Estas magnitudes se operan matemáticamente, en base a la relación funcional que las vincula y se obtiene el valor deseado. Por ejemplo, cuando no se dispone de un densímetro para medir la densidad de una solución acuosa (δ_{sn}), se mide una determinada masa de solución y el volumen que ocupa esa masa. Luego se calcula su densidad utilizando su definición ($\delta_{sn} = \text{masa}_{sn} / \text{volumen}_{sn}$)

¿Cómo se informa la incerteza cuando se realiza una determinación experimental de estas características? Para conocer la incerteza con la que se debe informar el resultado de una determinación indirecta, es necesario propagar, en la correspondiente operación realizada, la incertidumbre de cada medida experimental. Este proceso se denomina Propagación de Errores.

9.1.- Propagación de errores en resultados que se obtienen a partir de la suma o resta de variables medidas.

Se analizará a continuación como se propaga el error en las distintas operaciones algebraicas.

Suma. Si una magnitud Z, se obtiene por la adición de dos variables, X e Y,

$$Z = Y + X \quad (9.1)$$

cada una de ella es determinada con su correspondiente error tal que

$$Y = Y_0 \pm \Delta Y \quad (9.2)$$

$$X = X_0 \pm \Delta X \quad (9.3)$$

Por lo tanto, la magnitud Z se debe expresar como el valor obtenido experimentalmente, Z_0 , acompañado por la incerteza asociada a su obtención experimental, ΔZ .

$$Z = Z_0 \pm \Delta Z \quad (9.4)$$

Si se reemplaza en la ecuación (1) las ecuaciones 9.2, 9.3 y 9.4 se obtiene

$$Z = Z_0 \pm \Delta Z = (Y_0 \pm \Delta Y) + (X_0 \pm \Delta X)$$

Se considera el valor máximo de ΔZ , el cual va a estar determinado por

$$\Delta Z = \Delta Y + \Delta X \quad (9.5)$$

si se considera que las dos incertezas actúan en el mismo sentido.

Resta. Si una magnitud Z , se obtiene por la sustracción de dos variables, X e Y ,

$$Z = Y - X \quad (9.6)$$

cada una de ellas determinada con su correspondiente error tal que

$$Y = Y_0 \pm \Delta Y \quad (9.7)$$

$$X = X_0 \pm \Delta X \quad (9.8)$$

Por lo tanto la magnitud Z se debe expresar como el valor obtenido experimentalmente, Z_0 , acompañado por la incerteza asociada a su obtención experimental, ΔZ .

$$Z = Z_0 \pm \Delta Z \quad (9.9)$$

Si se reemplaza en la ecuación (9.6) las ecuaciones (9.7), (9.8) y (9.9) se obtiene

$$Z = Z_0 \pm \Delta Z = (Y_0 \pm \Delta Y) - (X_0 \pm \Delta X)$$

Se considera el valor máximo de ΔZ , el cual va a estar determinado por

$$\Delta Z = \Delta Y + \Delta X \quad (9.10)$$

si se considera que las dos incertezas actúan en el mismo sentido.

Sobre la base de las ecuaciones (9.5) y (9.10) es posible concluir que

La incertidumbre asociada a la suma o a la resta de dos magnitudes medidas experimentalmente es igual a la suma de las incertidumbres absolutas de las magnitudes que intervienen en la operación.

Ejemplo 7: Se mide la masa de agua (m_{agua}), contenida en un vaso de vidrio como la diferencia entre la masa total $m_{\text{vaso+agua}} = (195.4 \pm 0.1)$ g menos la masa del vaso $m_{\text{vaso}} = (54.2 \pm 0,1)$ g. Reportar el resultado obtenido.

$$m_{\text{agua}} = (m_{\text{vaso+agua}}) - (m_{\text{vaso}})$$

$$m_{\text{agua}} = (195.4 \text{ g} - 54.2 \text{ g})$$

$$m_{\text{agua}} = 141,2 \text{ g}$$

$$\Delta m_{\text{agua}} = \Delta m_{\text{vaso+agua}} + \Delta m_{\text{vaso}}$$

$$\Delta m_{\text{agua}} = 0.1 \text{ g} + 0.1 \text{ g}$$

$$\Delta m_{\text{agua}} = 0.2 \text{ g}$$

$$m_{\text{agua}} = (141,2 \pm 0,2) \text{ g}$$

9.2.- Propagación de errores en resultados que se obtienen a partir del producto o la división de variables medidas.

Multiplicación. Si una magnitud Z , se obtiene mediante el producto de dos variables, X e Y , como

$$Z = Y \cdot X \quad (9.11)$$

donde cada variable debe ser determinada con su correspondiente error tal que

$$Y = Y_0 \pm \Delta Y \quad (9.12)$$

$$X = X_0 \pm \Delta X \quad (9.13)$$

la magnitud Z se debe expresar como el valor obtenido experimentalmente, Z_0 , acompañado por la incerteza asociada a su obtención experimental, ΔZ .

$$Z = Z_0 \pm \Delta Z \quad (9.14)$$

El valor máximo de ΔZ se calcula reemplazando en la ecuación (11) las ecuaciones (12), (13) y (14) con lo que se obtiene

$$Z = Z_0 \pm \Delta Z = (Y_0 \pm \Delta Y) \cdot (X_0 \pm \Delta X) \quad (9.15)$$

$$Z_0 \pm \Delta Z = Y_0 X_0 + X_0 \Delta Y + Y_0 \Delta X + \delta Y \Delta X \quad (9.16)$$

Se considera $Z_0 = Y_0 \cdot X_0$, por lo tanto ΔZ queda

$$\Delta Z = X_0 \Delta Y + Y_0 \Delta X + \Delta Y \Delta X \quad (9.17)$$

como ΔY y ΔX son valores pequeños su producto se puede despreciar frente a los restantes términos de la ecuación (9.17) por lo que ΔZ queda como

$$\Delta Z = X_0 \Delta Y + Y_0 \Delta X \quad (9.18)$$

También, se puede expresar la incertidumbre ΔZ en términos de las incertezas relativas de las variables medidas X e Y . Si se dividen ambos términos de la ecuación 9.18 por Z_0 se obtiene la incertidumbre relativa de Z_0

$$\frac{\Delta Z}{Z_0} = \frac{X_0 \Delta Y}{Y_0 X_0} + \frac{Y_0 \Delta X}{Y_0 X_0} \quad (9.19)$$

$$\frac{\Delta Z}{Z_0} = \frac{\Delta Y}{Y_0} + \frac{\Delta X}{X_0}$$

Finalmente

$$\Delta Z = \left(\frac{\Delta Y}{Y_0} + \frac{\Delta X}{X_0} \right) Z_0 \quad (9.20)$$

División. Si una magnitud, Z , se obtiene a través del cociente de dos variables, X e Y , como

$$Z = Y / X \quad (9.21)$$

Donde cada variable debe ser determinada con su correspondiente error tal que

$$Y = Y_0 \pm \Delta Y \quad (9.22)$$

$$X = X_0 \pm \Delta X \quad (9.23)$$

la magnitud Z se debe expresar como el valor obtenido experimentalmente Z_o , acompañado por la incerteza asociada a su obtención experimental, ΔZ .

$$Z = Z_o \pm \Delta Z \quad (9.24)$$

Si se reemplaza en la ecuación (9.21) las ecuaciones (9.22), (9.23) y (9.24) se obtiene

$$Z = Z_o \pm \Delta Z = (Y_o \pm \Delta Y) / (X_o \pm \Delta X) \quad (9.25)$$

El valor máximo de ΔZ se calcula a partir de la ecuación

$$Z_o \pm \Delta Z = (Y_o + \Delta Y) / (X_o - \Delta X) \quad (9.26)$$

Despejando ΔZ y reemplazando $Z_o = Y_o / X_o$ se obtiene

$$\Delta Z = \frac{Y_o + \Delta Y}{X_o - \Delta X} - Y_o / X_o \quad (9.27)$$

$$\Delta Z = \frac{X_o \Delta Y + Y_o \Delta X}{X_o (X_o - \Delta X)} \quad (9.28)$$

Como ΔX es pequeño respecto a X_o se puede despreciar en el denominador, por lo que queda

$$\Delta Z = \frac{X_o \Delta Y + Y_o \Delta X}{X_o^2} \quad (9.29)$$

También se puede expresar la incertidumbre ΔZ en términos de las incertezas relativas de las variables medidas X e Y . Si se dividen ambos miembros de la ecuación (29) por Z_o se obtiene la incertidumbre relativa de Z_o

$$\frac{\Delta Z}{Z_o} = \frac{\Delta Y}{Y_o} + \frac{\Delta X}{X_o}$$

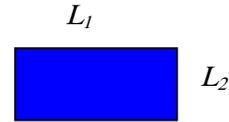
Finalmente

$$\Delta Z = \left(\frac{\Delta Y}{Y_o} + \frac{\Delta X}{X_o} \right) Z_o \quad (9.30)$$

Sobre la base de las ecuaciones (9.20) y (9.30) es posible concluir que

La incertidumbre relativa de un producto o un cociente es igual a la suma de las incertidumbres relativas de las magnitudes que intervienen en la operación.

Ejemplo 8: Determinar experimentalmente el área (A) de un rectángulo midiendo la longitud de sus lados, $L_1 = (12,4 \pm 0,1) \text{ cm}$ y $L_2 = (4,1 \pm 0,1) \text{ cm}$.



$$\begin{aligned} A &= L_1 \cdot L_2 \\ A &= 12,4 \text{ cm} \cdot 4,1 \text{ cm} \\ A &= 50,84 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Para calcular la incerteza en la medición del área se debe considerar la propagación de los errores cometidos en la mediciones experimentales de sus lados.

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta L_1}{L_1} + \frac{\Delta L_2}{L_2} = \frac{0,1}{12,4} + \frac{0,1}{4,1}$$

$$\frac{\Delta A}{A} = (0,008 + 0,02)$$

$$\Delta A = (0,028) 50,84 \text{ cm}^2$$

$$\Delta A = 1,4 \text{ cm}^2$$

$$A = (51 \pm 1) \text{ cm}^2$$

10.- Incertidumbre en la obtención de parámetros que surgen del análisis de gráficas de líneas rectas.

En muchos procedimientos experimentales se realizan mediciones de variables que están relacionadas entre sí. Por ejemplo, se necesita determinar la velocidad (v) de un objeto que se mueve describiendo un movimiento rectilíneo uniforme. No siempre es posible determinar la velocidad en forma directa, es más frecuente realizar la medición del espacio (e) recorrido por el móvil, en un intervalo de tiempo (t). Estas variables están relacionadas linealmente según la ecuación $e = e_0 + vt$, por lo que conociendo e y t es posible calcular la v del objeto.

Ejemplo 9: Se determina experimentalmente la velocidad con que se mueve un objeto que describe un movimiento rectilíneo uniforme. Se miden los valores del espacio recorrido por dicho móvil en diferentes intervalos de tiempo.

El conjunto de datos obtenidos se reportan en la tabla 10.1 y se representan en la Figura 10.1.

Tabla 10.1: Espacio recorrido por un objeto en diferentes intervalos de tiempo.

Medición	espacio (cm)	tiempo (seg)
1	0	0
2	2	4
3	30	7
4	36	15
5	49	23
6	50	36
7	84	42
8	99	57
9	120	62
10	150	71

Se puede realizar una determinación indirecta de v utilizando un par de valores (e,t) de la tabla 10.1. Sin embargo, si el par de valores (e,t) elegidos están afectados de error puede que se obtenga un valor poco confiable de velocidad.

Una metodología más conveniente para determinar la v del sistema en análisis, es representar gráficamente el espacio recorrido por el objeto en diferentes intervalos de tiempo. Esta representación gráfica permite visualizar la tendencia lineal que presenta el comportamiento del sistema, además si se interpolan estos datos con una línea recta, a partir de la pendiente de esa gráfica se puede obtener la velocidad.

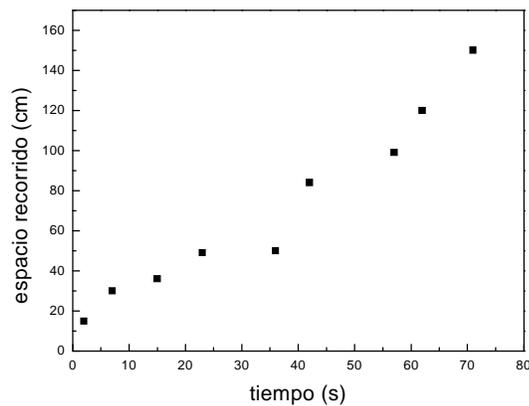


Figura 10.1: Gráfica del espacio recorrido por el móvil en diferentes intervalos de tiempo.

Como se puede observar en la figura 10.1, los datos experimentales generalmente presentan fluctuaciones respecto a la tendencia lineal esperada debido a la influencia de los errores cometidos al realizar las lecturas de e y t con los instrumentos de medición. ¿Cómo se hace entonces para encontrar la recta que mejor represente los valores experimentales?

Interpolar un conjunto de datos es un procedimiento subjetivo y pequeñas variaciones, en la denominada “mejor recta”, puede generar significativas modificaciones en la pendiente que se desea conocer. Por lo que se utiliza un procedimiento estadístico llamado regresión lineal que permite obtener objetivamente el valor de la pendiente y la ordenada de la distribución de datos obtenidos.

Suponiendo que se determina un conjunto de valores de una variable X y los correspondientes a otra variable Y , relacionados funcionalmente. Se considera que este procedimiento se puede aplicar si la relación entre las variables es lineal y si toda la incertidumbre se limita a la dimensión Y . Es decir, que los valores de la variable X se determinan con una precisión mucho mayor que los valores de Y , por lo que se puede despreciar la incertidumbre en la dimensión X .

¿Cómo se determina la recta que mejor represente los datos experimentales? Para encontrar los valores de los coeficientes de una recta utilizamos el Método de Mínimos cuadrados que permite encontrar la recta respecto a la cual la desviación de los puntos experimentales resulte mínima. Dicho método obtiene la mejor recta minimizando la

suma de los cuadrados de las desviaciones e_i . En términos matemáticos se define la denominada “mejor recta” como

$$y = a x + b \quad (10.1)$$

Cada valor experimental, y_i , presentará una desviación, e_i , como se muestra en la figura 10.2. Esta desviación se define como el intervalo vertical entre el valor experimental y_i y el valor predicho por la mejor recta para ese punto, el cual se puede calcular reemplazando el correspondiente valor de x_i en la ecuación de la mejor recta.

$$e_i = y_i - (ax_i + b) \quad (10.2)$$

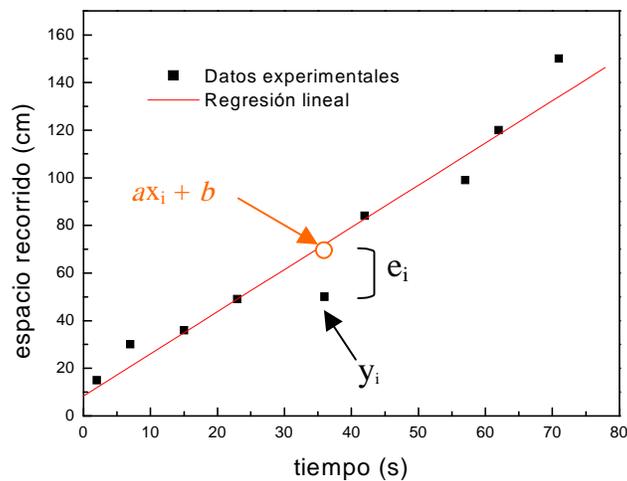


Figura 10.2: Ajuste por cuadrados mínimos de una distribución lineal de datos experimentales

El método de Cuadrados Mínimos permite obtener los parámetros de la mejor recta, a (pendiente) y b (ordenada), a partir de la condición que la suma de las desviaciones experimentales resulte mínima

$$\sum e_i^2 = \sum (y_i - ax_i + b)^2 = M \quad \longrightarrow \text{mínimo} \quad (10.3)$$

Para que la suma de estas desviaciones sea mínima \diamond debe cumplirse que

\diamond El cálculo del mínimo de una función de dos variables puede consultarse en referencia [3]
M. Santo y G. Lecumberry. 2005

$$0 = \frac{\delta M}{\delta a} \qquad 0 = \frac{\delta M}{\delta b} \qquad (10.4)$$

Si se resuelven algebraicamente estas ecuaciones se pueden obtener los parámetros de la mejor recta. El cálculo del mínimo de una función de dos variables puede consultarse en referencia [3]

$$a = \frac{N \sum (x_i y_i) - \sum x_i \sum y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \qquad (10.5)$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum (x_i y_i)}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \qquad (10.6)$$

Este método también permite calcular la desviación estándar de estos parámetros para poder expresarlos con la incerteza con la que fueron determinados.

$$s_a = \sqrt{\frac{\sum (e_i)^2}{N-2}} \sqrt{\frac{N}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}} \qquad (10.7)$$

$$s_b = \sqrt{\frac{\sum (e_i)^2}{N-2}} \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}} \qquad (10.8)$$

De esta manera se obtiene el valor medido y la incerteza correspondiente para expresar el resultado de cada parámetro medido como

$$\text{Pendiente} = (\mathbf{a} \pm s_a) \text{ u} \qquad (10.9)$$

$$\text{Ordenada al origen} = (\mathbf{b} \pm s_b) \text{ u} \qquad (10.10)$$

Al retomar el ejemplo 9, realiza el cálculo de regresión lineal con los datos reportados en tabla 10.1. Se determina que los valores de los parámetros de la recta que

mejor interpola los datos experimentales, expresados con su correspondiente incerteza, son

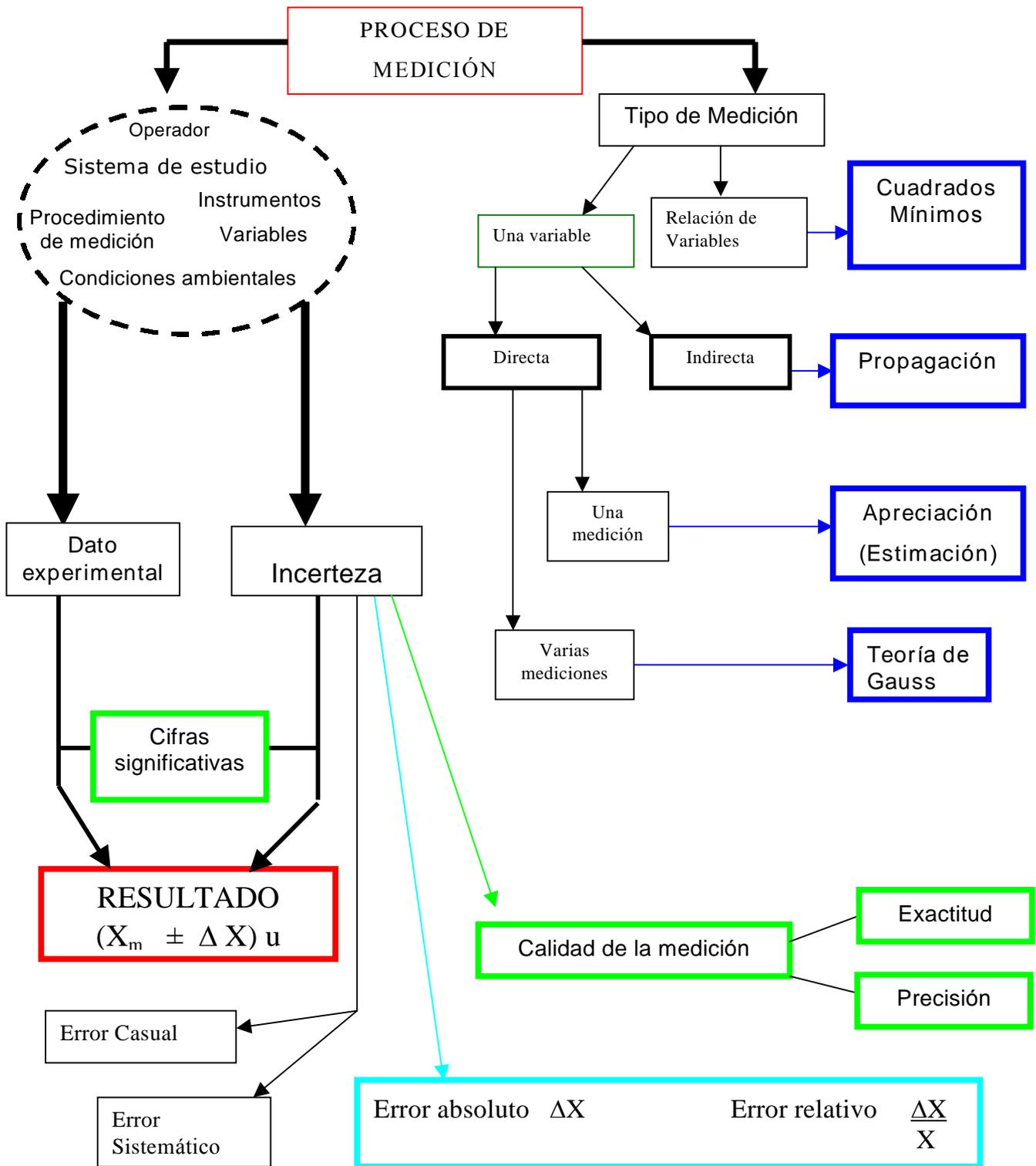
$$\mathbf{a} = (1.8 \pm 0.2) \text{ cm/s}$$

$$\mathbf{b} = (8 \pm 6) \text{ cm}$$

Por lo tanto se puede informar que el resultado obtenido en la determinación de la velocidad con que se desplaza el objeto en estudio es

$$v = (1.8 \pm 0.2) \text{ cm/s}$$

El método de regresión también se puede aplicar a sistemas en los que las variables Y y X tienen incertidumbres comparables e incluso para sistemas no lineales pero el procedimiento matemático es diferente.



Esquema IV: Forma de expresar el resultado obtenido y diferentes técnicas para cuantificar la calidad de una medición.

11.- Ejercicios de aplicación.

- 1) Se mide el tiempo de caída de un objeto como $t = 9,568$ s, con una incerteza de 0.1 s. Escriba este resultado con el número adecuado de cifras significativas.
- 2) Exprese los siguientes resultados con cuatro cifras significativas. A) 11, 0098 cm, B) 0.056 g, C) 2840796 moles/l, D) 3450 hs. E) 168 Kcal
- 3) Se determinaron experimentalmente tres longitudes (Tabla 1). Escriba los valores obtenidos en la unidad que se solicita, respetando el número de cifras significativas.

Tabla 1

$(22,5 \pm 0,1)$ cm	mm
$(0,015 \pm 0,001)$ m	mm
$(9872,5 \pm 0,1)$ mm	m

- 4) Indique el número de cifras significativas en las siguientes mediciones. A) 0,0021kg., B) $6,08 \cdot 10^{-3}$ M, C) 8000 días D) 21009 mm E) 4,7532 m.
- 5) Se miden diferentes objetos con una cinta métrica cuya apreciación es de un milímetro. Los valores obtenidos se listan en Tabla 2.
 - a) Exprese correctamente el resultado de cada medición
 - b) Indique el error absoluto, el error relativo y el error relativo porcentual.
 - c) Analice cuál de las mediciones realizadas es más confiable.

Tabla 2

Objeto	longitud	Resultado	E_A	E_R	$E_R\%$	Calidad
Regla	32,4 cm					
Llave	6,2 cm					
Mesa	2,43 m					
Clavo	12 mm					
laboratori	9,03 m					
o						

- 6) Se determinó la masa de un objeto como 3,0679 g Con un error relativo del 1%.
Enuncie este resultado con su correspondiente error absoluto.
- 7) Con una balanza analítica se pueden determinar masas con una apreciación de 10^{-4} g, ¿cuál es la masa más pequeña que se puede medir para que el error relativo no supere el 5% ?
- 8) Se determina el área de una mesa a partir de la medición de su largo $l_1=(45,6\pm 0,1)\text{cm}$ y de su ancho $l_2=(19,1\pm 0,1)\text{cm}$. Exprese correctamente el resultado de la medición realizada.
- 9) Defina los términos “precisión” y “exactitud” indicando en qué casos es conveniente el uso de cada uno de ellos.
- 10) Se determina la densidad de una solución por dos procedimientos.
Determinación indirecta: Se mide un volumen de solución $V = (12,4 \pm 0,1)$ ml y luego se determina su masa $m = (11,902 \pm 0,001)\text{g}$ Se calcula la densidad utilizando la expresión $d = m/v$.
Determinación directa: Se mide la densidad con un densímetro obteniéndose el siguiente valor: $d = (0.93 \pm 0,01)$ g/ml.
- a) Calcule para cada procedimiento el error relativo de la medición
- b) Indique cual es el procedimiento que arroja un resultado de mejor calidad.
- c) Exprese correctamente el resultado obtenido en cada caso.
- 11) Durante la selección de personal en el área “Control de Calidad” de un laboratorio, se solicita a los cuatro postulantes que realicen la determinación experimental de la densidad de un aceite comestible utilizando un densímetro. Cada operador debe repetir 50 veces la determinación, expresar el resultado obtenido y juzgar la calidad de la medición realizada. Lo informado por los postulantes se resume en Tabla 3.

Tabla 3

Postulante	Resultado obtenido $R = (X_m \pm \Delta x) u$	Juicio de calidad realizado por cada postulante
1	$(0,679 \pm 0,001) g$	Muy confiable
2	$(0,877 \pm 0,01) g/cm^3$	Confiable
3	$(0,83 \pm 0,09) g/cm^3$	Poco confiable
4	$(0,815 \pm 0,003) g/cm^3$	Muy confiable

- Analice si los resultados de la tabla 3 están bien expresados. JSR
- ¿Qué tratamiento de datos experimentales utilizó cada operador para poder expresar el resultado obtenido? ¿Qué informó cada postulante en el resultado como valor medido, X_m ? y ¿cómo incerteza, Δx ?
- Indique si los resultados obtenidos fueron precisos. Justifique su respuesta en base al método utilizado para analizar los datos experimentales.
- Se considera como valor verdadero de la densidad del aceite $d_a = 0.835 g/cm^3$. Indique si los resultados obtenidos fueron exactos. JSR

12) Con el propósito de determinar experimentalmente la viscosidad del agua ($\eta_v = 1 \text{ cP}$.) se conforman tres grupos de trabajo y cada uno de ellos realiza 50 determinaciones de η en idénticas condiciones experimentales. Luego de realizar el tratamiento estadístico de los datos se informan los resultados obtenidos en Tabla 4.

Tabla 4

Grupo	$R = (X \pm S_x/\sqrt{n}) u$
I	$(1,001 \pm 0,002) \text{ cP}$
II	$(0,802 \pm 0,001) \text{ cP}$
III	$(1,0 \pm 0,1) \text{ cP}$

- Esquematice cualitativamente la curva de Gauss obtenida por cada grupo en base a los datos informados en Tabla 4.
- Analice la precisión y la exactitud de los resultados obtenidos en cada caso.

13) Se determina la velocidad de un auto, que describe un movimiento rectilíneo uniforme utilizando dos métodos experimentales diferentes.

Método A: Se mide el espacio recorrido en un intervalo de tiempo dado y se aplica la ecuación: $v = \Delta e / \Delta t$.

Método B: Se mide el tiempo para varias distancias recorridas. Se gráfica espacio vs tiempo y se determina la velocidad a partir de la pendiente de dicha gráfica.

Describa que técnica de análisis utilizaría para determinar el (o los) errores cometidos en cada caso. JSR.

14) En un laboratorio se investiga el efecto de un nuevo fertilizante en el crecimiento de una planta. El desarrollo de la planta se puede explicar a partir de la siguiente ecuación

$$A = V_c t + A_0$$

Donde: t representa el tiempo, A representa la altura de la planta a un tiempo t. A_0 representa la altura de la planta cuando se inicia el tratamiento con el fertilizante y V_c representa la velocidad de crecimiento de la planta.

Se desea conocer la velocidad de crecimiento de dicha planta con este nuevo tratamiento. Con tal propósito se determina experimentalmente la altura desarrollada por la planta a medida que transcurre el tiempo. Los resultados obtenidos se exponen en la Tabla 5.

Tabla 5

t (días)	A (mm)
1	2,2
3	5,6
6	6,9
9	11,4
12	15,1
15	19,7
18	22,3
21	25,8

a) Representar los datos de Tabla 5 en un gráfico.

b) Se realizó el tratamiento de datos utilizando el método de cuadrados mínimos y los parámetros de la recta ($Y=A + BX$) que representa el estudio experimental son los siguientes.

Parámetro	valor	error
A	1,39899	0,61709
B	1,13403	0,04319

Con esta información, representar la gráfica predicha por cuadrados mínimos ($R= 0.99496$)

c) Exprese correctamente el valor de los parámetros V_c y A_0 , teniendo en cuenta la información del ítem b.

e) Calcule el error relativo de V_c

24	27,2
----	------

15) Los alumnos de Física General deben determinar la velocidad de un objeto que desarrolla un movimiento rectilíneo uniforme en forma experimental, con tal fin, se conforman cuatro grupos de trabajo. Cada grupo representó los datos obtenidos gráficamente, como indica la Figura 1 (a,b,c,d), y utilizó el método de cuadrados mínimos para realizar el tratamiento de los datos, obteniendo los siguientes valores

$$Y = (20 \pm 5) \text{ m/s } X + (1 \pm 2) \text{ m}$$

$$Y = (20.0 \pm 0.1) \text{ m/s } X + (10.1 \pm 0.2) \text{ m}$$

$$Y = -(20 \pm 2) \text{ m/s } X + (20 \pm 2) \text{ m}$$

$$Y = (20.0 \pm 0.5) \text{ m/s } X + (0.3 \pm 0.2) \text{ m}$$

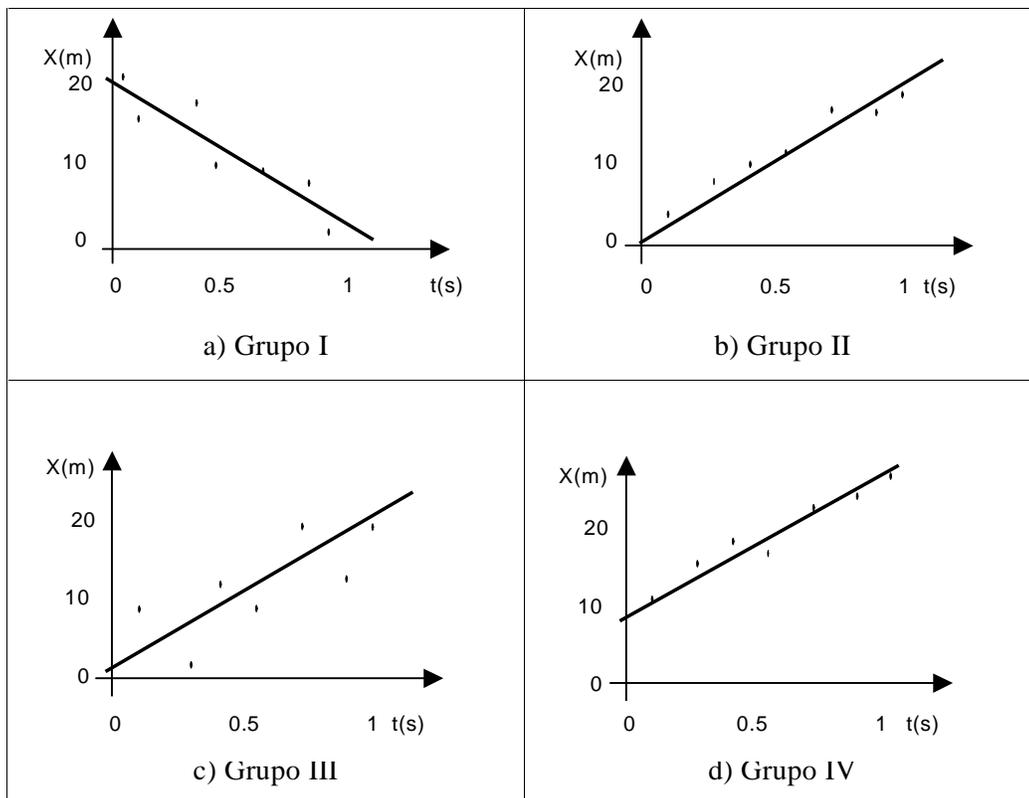


Figura 1

- Indique cuál de las ecuaciones de la tabla corresponde a cada grupo.
- Expresar correctamente la velocidad obtenida por cada grupo.
- Indique qué grupo obtuvo la velocidad más confiable. JSR.

12.- Comunicación de los resultados obtenidos en el proceso de medición.

Una vez finalizada la actividad de laboratorio se debe comunicar los resultados obtenidos en el experimento realizado. No existe una forma “correcta” y/o única de elaborar un informe experimental, cada operador puede utilizar una forma de expresión diferente para describir la actividad realizada o para expresar sus conclusiones. Sin embargo, es conveniente ajustarse a algunos lineamientos básicos para elaborar un informe, con la finalidad de facilitar al lector la comprensión de dicho trabajo. En general, un informe consta de las siguientes secciones:

a- Título

El título debe especificar en forma clara y concisa el tema del informe. No debe ser muy largo, pero es conveniente que se informe la temática de la experiencia y el método utilizado.

b- Autores

Después del título es necesario comunicar los autores del trabajo realizado y la institución donde se realizó.

c- Introducción

En esta sección, generalmente, se incluye una indicación del tema de trabajo y una descripción del problema que se plantea en la actividad. Puede incluirse una descripción del sistema usado y las condiciones experimentales. También es conveniente incluir una revisión breve de la información existente sobre el tema a desarrollar, describiendo el modelo que se utiliza, las ecuaciones fundamentales, las aproximaciones que limitan la validez del modelo, etc.

Retomando el ejemplo anterior: Definir que es la viscosidad y de qué parámetros depende, describir el modelo de Stokes, especificando para que tipo de sistemas es válido, ecuaciones, aproximaciones, etc.

Es oportuno señalar la información que se obtendrá con la experiencia y su posible aplicación. Por ejemplo: La determinación del valor de la viscosidad de la glicerina permite conocer su grado de pureza.

d- Objetivos

En esta sección se enuncia el o los propósitos del experimento realizado.

f- Procedimiento

En esta sección se debe realizar una correcta descripción del método utilizado. Es conveniente incluir los detalles específicos de la medición, explicitar que magnitudes se determinan experimentalmente y con que método, que propiedades del sistema se mantienen constantes y cuales varían. Deben aclararse las precauciones que se tuvieron en el procedimiento para que la experiencia pueda repetirse si algún lector así lo desea. Es práctico y útil incluir un diagrama de los aparatos utilizados.

g- Resultados

La comunicación de los resultados obtenidos durante el experimento realizado debe ser clara y concisa, es necesario especificar el nombre de las variables, símbolo, unidades de medida y la incertidumbre de cada medición para clarificar la calidad de las mismas.

Si durante la experiencia planificada se analizan relaciones entre variables se pueden incluir las gráficas ya que permiten ilustrar el comportamiento de nuestro sistema y facilitar la apreciación de la validez de los modelos utilizados y de nuestras afirmaciones sobre los resultados.

Finalmente debemos incluir el cálculo que llevó al resultado final, especificando a la vez detalles del cálculo realizado para obtener la incertidumbre del mismo.

h- Discusión y conclusiones

En esta sección se reporta el análisis de los resultados obtenidos, se compara el modelo enunciado en la introducción y el sistema de trabajo utilizado, se explican las similitudes y discrepancias observadas, es decir se realiza la interpretación de los hechos observados durante la actividad experimental. También es el momento de emitir nuestro juicio respecto a la calidad de las mediciones obtenidas y si esta no fue la esperada sugerir las posibles causas y alternativas para futuras experiencias.

i- Referencias

Se deben incluir las fuentes bibliográficas que se consultaron para desarrollar el trabajo: libros, revistas, manuales, etc. Siempre se debe especificar: autor, año de publicación, título del libro o del artículo, editorial o nombre de la revista y páginas consultadas.

Un informe de laboratorio es un proceso de comunicación de información que requiere de una práctica amplia. Un primer curso de física es una buena oportunidad para ganar experiencia en ello.

13.- Bibliografía de referencia

-
- [1] F.J., Perales Palacios. “Los trabajos Prácticos y la Didáctica de las Ciencias “, Revista de Enseñanza de la Ciencias , 12 (1), (1994).
- [2] E. Moschetti, S. Ferrero, G. Palacio y M. Ruiz. “Introducción a la estadística para las ciencias de la vida”. Ed de la Fundación Universidad Nacional de Río Cuarto.(2000).
- [³] D.C. Baird. “Experimentación” Segunda edición. Prentice-Hall. Hispanoamericana, (1991).
- [4] J. Roederer, “Mecánica Elemental” Capitulo 1, Eudeba, (2002)
- [5] M. Gutierrez Aranzeta, “Introducción a la metodología experimental”, Limusa, (1999).
- [6] R. A. Day, A. L. Underwood, “Química Analítica Cuantitativa”, Capitulo I, Prentice-Hall, Hispanoamericana, (1989).